

强夯法加固地基的多重耦合分析

宋修广¹, 李英勇², 韩 军¹

(1. 山东大学 岩土与结构工程研究中心, 山东 济南 250061; 2. 山东省交通厅公路管理局, 山东 济南 250002)

摘 要: 强夯法加固地基的机理非常复杂, 影响因素众多, 且涉及到多重耦合现象。笔者综合考虑地基土的流、固、动力耦合和地基与夯锤接触表面的动力耦合情况, 给出了基于三维有限单元法的计算方法和迭代格式, 并对一具体算例进行了耦合数值分析, 总结了地基位移、应力及接触反力等在强夯作用时间内的变化规律和在空间上的分布特征。经与实际工程资料对比, 结果令人满意。说明所建立的耦合方法可用于强夯加固法求解, 并提出了适宜动力分析的有效方法, 可应用于其它同类问题的分析计算中。

关 键 词: 强夯法; 有限单元法; 耦合分析

中图分类号: TU 473.1 **文献标识码:** A

Multi-coupling analysis of dynamic consolidation method for reinforcing foundations

SONG Xiu-guang¹, LI Ying-yong², HAN Jun¹

(1. Shandong University, Jinan 250061, China; 2. Highway Bureau of Communication Department of Shandong Province, Jinan 250002, China)

Abstract: The multi-coupling in the dynamic consolidation method(DCM) for reinforcing foundations is analyzed. Integrated considering factors of liquid, solid, dynamic resulting from rammer bump into ground, the solution method and iterative format are given based on three-dimensional finite element method. Though coupling analysis of an actual project, the variational rule and distributing character on displacement, stress, and contact stress are obtained. The results have shown good agreement with those data of the actual project. The coupling method proposed is applicable to dynamic consolidation method and the similar dynamic questions.

Key words: dynamic consolidation method; finite element method; coupling analysis

1 前 言

强夯法加固地基的机理非常复杂, 影响因素众多, 且涉及到多重耦合现象。主要的耦合情况有:

(1) 天然地基是流-气-固三相介质, 其在强夯过程中存在耦合运动, 现有计算理论基本都采取一级合理近似求解方法, 即将其处理为流固动力耦合问题。其中, 在理论解析研究方面, 杨峻给出了流固动力耦合轴对称问题的时域解^[1], 孔令伟给出了该问题的改进方法^[2]。在数值模拟分析方面, 文献[3]分别对饱和砂土和饱和软粘土进行了流固耦合分析。

(2) 在夯锤冲击地基土的过程中, 夯锤与地基土之间存在着接触耦合运动。根据接触协调条件, 孔令伟利用理论分析方法得到了地基表面接触应力的分布特征^[4], 童小东则采用单位脉冲载荷法得到了地

基接触表面的结点载荷矩阵^[5]。但在上述有关文献的研究中, 一般只涉及一种耦合情况, 因此本文将综合考虑流固动力耦合和接触耦合, 采用三维有限单元法, 分别给出这两种耦合情况的解耦迭代格式, 对强夯法加固地基的机理进行数值模拟分析。分析计算中采用线弹性模型, 即应力-应变关系采用加卸载双线性强夯本构模型^[6]; 应变-位移关系采用小变形假设。

2 基于有限单元法的基本耦合方程

将夯击作用区域(如图1所示)进行有限元离散, 图1中阴影部分为夯锤与地基的接触表面 S_c 。考虑土体阻尼力, 不考虑水体惯性力, 整体流固耦合方程为

收稿日期: 2002-10-21

作者简介: 宋修广, 男, 1966年生, 博士, 副教授, 主要从事岩土工程方面的教学和科研工作。

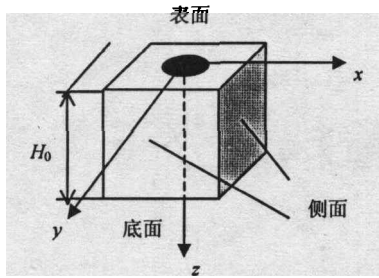


图1 强夯作用区域

Fig.1 Influence area of DCM

$$[M]\{\ddot{\delta}(t)\} + [C]\{\dot{\delta}(t)\} + [K]\{\delta(t)\} + [L]\{p(t)\} = \{P(t)\} \quad (1)$$

$$[L]^T\{\dot{\delta}(t)\} + [D]\{\dot{p}(t)\} + [H]\{p(t)\} = \{F(t)\} \quad (2)$$

式中 $[M]$ 为质量矩阵; $[K]$ 为刚度矩阵; $\{\delta(t)\}$ 为结点位移列阵; $[L]$ 为耦合矩阵; $\{p(t)\}$ 为结点孔隙水压力列阵; $[D]$ 为水体压缩矩阵; $[H]$ 为渗透矩阵; $\{P(t)\}$ 为结点荷载列阵; $\{F(t)\}$ 为结点流量列阵; $[C]$ 为结构阻尼矩阵, 可采用 Rayleigh 形式, 即

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (3)$$

式中 $\alpha = \lambda\omega$; $\beta = \frac{\lambda}{\omega}$; λ 为结构阻尼比; ω 为结构基频。

夯锤的刚体运动方程为

$$mg + R_c(t) = m\ddot{u}(t) \quad (4)$$

式中 m 为夯锤质量; $R_c(t)$ 为地基与夯锤接触面的接触反力; $\ddot{u}(t)$ 为夯锤运动的加速度。

$$\delta_z(X, t) = u(t) \quad (\forall X \in S_c) \quad (5)$$

$$\int_{S_c} \sigma_c(t) dS = R_c(t) \quad (6)$$

式中 S_c 为地基与夯锤的接触表面; $\delta_z(X, t)$ 为地基上 X 点的 z 方向位移; $u(t)$ 为夯锤位移; $\sigma_c(t)$ 为地基接触表面的接触应力, 其方向垂直于地基表面。

3 解耦计算方法

3.1 流固耦合方程的解耦计算

由于式 (1)、式 (2) 中均包含了对时间的导数, 因此, 需要在时间域上进行离散。对式 (1) 采用线性加速度法, 得到控制方程:

$$[\bar{K}]\{\bar{\delta}(t + \Delta t)\} = \{\bar{P}(t + \Delta t)\} \quad (7)$$

$$\text{其中 } [\bar{K}] = a_0[M] + [K] \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \{\bar{\delta}(t + \Delta t)\} = & \left(1 + \frac{3\beta}{\Delta t}\right)\{\delta(t + \Delta t)\} - \frac{3\beta}{\Delta t}\{\delta(t)\} - \\ & 2\beta\{\dot{\delta}(t)\} - \frac{\beta\Delta t}{2}\{\ddot{\delta}(t)\} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \{\bar{P}(t + \Delta t)\} = & \{P(t + \Delta t)\} - [L]\{P(t + \Delta t)\} + \\ & [M][\{a_1\{\delta(t)\} + a_2\{\dot{\delta}(t)\} + a_3\{\ddot{\delta}(t)\}\}] \end{aligned} \quad (10)$$

$$\text{其中 } a_0 = \frac{6 + 3\alpha\Delta t}{\Delta t^2 + 3\beta\Delta t}; \quad a_1 = \frac{6}{\Delta t^2} + \frac{3}{\Delta t}(\alpha - \beta a_0);$$

$$a_2 = \frac{6}{\Delta t} + 2(\alpha - \beta a_0); \quad a_3 = 2 + \frac{\Delta t}{2}(\alpha - \beta a_0).$$

并有迭代形式:

$$\begin{aligned} \{\dot{\delta}(t + \Delta t)\} = & \{\delta(t + \Delta t)\} \frac{3}{\Delta t} - \{\delta(t)\} \frac{3}{\Delta t} - \\ & 2\{\dot{\delta}(t)\} - \{\ddot{\delta}(t)\} \frac{\Delta t}{2} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \{\ddot{\delta}(t + \Delta t)\} = & \{\delta(t + \Delta t)\} \frac{6}{\Delta t^2} - \{\delta(t)\} \frac{6}{\Delta t^2} - \\ & \{\dot{\delta}(t)\} \frac{6}{\Delta t} - 2\{\ddot{\delta}(t)\} \end{aligned} \quad (12)$$

对式 (2) 采用两点递进格式, 得控制方程:

$$\begin{aligned} \left(\theta[H] + \frac{1}{\Delta t}[D] \right) \{\Delta p(t)\} + \frac{1}{\Delta t}[L]^T \{\Delta \delta(t)\} = \\ \{F(t)\} - [H]\{p(t)\} \end{aligned} \quad (13)$$

式中 向前差分 $\theta = 0$; 中点差分 $\theta = 0.5$; 向后差分 $\theta = 1$ 。

并有迭代形式:

$$\{P(t + \Delta t)\} = \{\Delta P(t)\} + \{P(t)\} \quad (14)$$

$$\{\delta(t + \Delta t)\} = \{\Delta \delta(t)\} + \{\delta(t)\} \quad (15)$$

由于控制方程 (7) 和 (13) 为耦合方程, 在时间域上按步长 Δt 进行循环。对于任意确定的 t_0 时刻, 须迭代求解, 令 $\{\delta(t_0 + \Delta t)\}_1 = \{\delta(t_0)\}$ 即 $\{\Delta \delta(t_0)\}_1 = 0$, 步骤如下:

(1) 将 $\{P(t_0)\}$ 和 $\{\Delta \delta(t_0)\}_1$ 代入式 (13), 解出 $\{\Delta P(t_0)\}_1$;

(2) 将 $\{\Delta P(t_0)\}_1$ 代入式 (14), 得到 $\{P(t_0 + \Delta t)\}_1$;

(3) 将 $\{\delta(t_0)\}$, $\{\dot{\delta}(t_0)\}$, $\{\ddot{\delta}(t_0)\}$, $\{P(t_0 + \Delta t)\}_1$ 代入式 (10) 和式 (7);

(4) 求解式 (7), 并利用式 (9) 求得 $\{\delta(t_0 + \Delta t)\}_2$;

(5) 将 $\{\delta(t_0 + \Delta t)\}_2$ 代入式 (15) 得到 $\{\Delta \delta(t_0)\}_2$;

(6) 重复步骤 (1) ~ (5), 直至 $\{\Delta \delta(t_0)\}_n - \{\Delta \delta(t_0)\}_{n-1} \leq \varepsilon$ 时停止, ε 为事先给定的收敛判据, 得到 $\{P(t_0 + \Delta t)\}_n$ 和 $\{\delta(t_0 + \Delta t)\}_n$;

(7) 再利用式 (11) 和式 (12) 得到 $\{\dot{\delta}(t_0 + \Delta t)\}_n$ 和 $\{\ddot{\delta}(t_0 + \Delta t)\}_n$;

(8) $\{P(t_0 + \Delta t)\}_n$, $\{\delta(t_0 + \Delta t)\}_n$, $\{\dot{\delta}(t_0 + \Delta t)\}_n$ 和 $\{\ddot{\delta}(t_0 + \Delta t)\}_n$ 即为系统在 $t_0 + \Delta t$ 时刻的数值解。

3.2 接触条件的解耦计算

夯锤与地基的接触区域 S_c 经有限元离散共分得 N 个结点, 为了得到接触结点的结点荷载矩阵,

本文采用单位脉冲法,利用接触条件,进行解耦计算。其作法是:

(1) 仅在任一接触结点 $i(i \in S_c; i=1,2,\dots,N)$ 上作用 z 方向的单位脉冲 $I(t)$, 式(1), (2) 转化为

$$[M]\{\ddot{\delta}(t)\} + [C]\{\dot{\delta}(t)\} + [K]\{\delta(t)\} + [L]\{P(t)\} = \{P^*(t)\}^{(i)} \quad (16)$$

$$[L]^T \{\dot{\delta}(t)\} + [D]\{\dot{P}(t)\} + [H]\{P(t)\} = \{F(t)\} \quad (17)$$

式中 $\{P^*(t)\}^{(i)}$ 是由地基体力和只在接触结点 i 上作用 z 方向的单位脉冲 $I(t)$ 时引起的等效结点荷载组装成。

(2) 利用 3.1 节的计算方法求解式(16)和式(17), 得到 $\{\delta^*(t)\}^{(i)}(t \in [0, T])$, 从中取出所有属于接触区域上结点的 z 方向位移, 从而形成:

$$\{Z^*(t)\}^{(i)} = \{\delta_z^{(i)}(1, t) \ \delta_z^{(i)}(2, t) \dots \delta_z^{(i)}(j, t) \dots \delta_z^{(i)}(N, t)\} \quad (j \in S_c) \quad (18)$$

(3) 令 i 从 1 循环至 N , 重复上述(1)和(2), 得到 $\{Z^*(t)\}^{(i)}; (i=1,2,\dots,N)$, 组成影响矩阵:

$$[A] = [\{Z^*(t)\}^{(1)} \ \{Z^*(t)\}^{(2)} \ \dots \ \{Z^*(t)\}^{(N)}]$$

$$= \begin{bmatrix} \delta_z^{(1)}(1, t) & \delta_z^{(2)}(1, t) & \dots & \delta_z^{(N)}(1, t) \\ \delta_z^{(1)}(2, t) & \delta_z^{(2)}(2, t) & \dots & \delta_z^{(N)}(2, t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_z^{(1)}(N, t) & \delta_z^{(2)}(N, t) & \dots & \delta_z^{(N)}(N, t) \end{bmatrix} \quad (19)$$

利用接触协调条件式(5), 式(6), 得

$$\begin{bmatrix} & -1 & & \\ & -1 & & \\ & \vdots & & \\ & -1 & & \\ -1 & -1 & \dots & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_1(t) \\ R_2(t) \\ \vdots \\ R_N(t) \\ u(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ -R_c(t) \end{bmatrix} \quad (20)$$

式中 $\{R(t)\} = \{R_1(t) \ R_2(t) \ \dots \ R_N(t)\}^T$ 即为接触面结点荷载列阵。

对于任意确定的 t_0 时刻, 令

$$R_c^{(1)}(t_0 + \Delta t) = R_c(t_0) \quad (21)$$

式(4)与式(20)为耦合方程, 需迭代求解得到接触面结点荷载列阵, 步骤如下:

(1) 将 $R_c^{(1)}(t_0 + \Delta t)$ 代入式(4), 利用单自由度的线性加速度法解出 $u^{(1)}(t_0 + \Delta t)$;

(2) 将 $u^{(1)}(t_0 + \Delta t)$ 代入式(18), 得到 $R_c^{(2)}(t_0 + \Delta t)$ 和 $\{R(t_0 + \Delta t)\}$;

(3) 将 $R_c^{(2)}(t_0 + \Delta t)$ 代入式(4), 重复步骤(1)

与(2), 直至 $R_c^{(n)}(t_0 + \Delta t) - R_c^{(n-1)}(t_0 + \Delta t) \leq \varepsilon$ 时停止, ε 为事先给定的收敛判据, $\{R(t_0 + \Delta t)\}^{(n)}$ 即为要求的接触面结点荷载列阵;

(4) 根据得到的接触面结点荷载列阵, 形成等效结点荷载列阵 $\{P(t_0 + \Delta t)\}$, 代入式(1), 并利用 3.1 节的计算方法对式(1)、式(2)进行耦合求解, 即可实现强夯法加固地基机理的耦合数值分析。

3.3 定解条件

(1) 边界条件

①在土体底部 $z = H_0$ 处, $u = v = w = 0, v_z = 0$;

②在侧面 $x = \frac{B}{2}$ 或 $y = \frac{B}{2}$ 处, $w = 0, v_x = 0$ 或 $v_y = 0$;

③在表面 $z = 0$ 处的非夯击区, $p = 0$;

④在表面 $z = 0$ 处的夯击区 $S_c, v_z = 0$ 。

上述边界条件中 H_0 为加固影响深度; B 为加固横向有效影响宽度; u, v, w 分别为三个方向的位移; v_x, v_y, v_z 分别为三个方向的渗流速度; p 为孔隙水压力。

(2) 初始条件

在系统中的任一点(包括边界), 在 $t = 0$ 时刻都满足:

① $u|_{t=0} = 0, v|_{t=0} = 0, w|_{t=0} = 0$;

② $\dot{u}|_{t=0} = 0, \dot{v}|_{t=0} = 0, \dot{w}|_{t=0} = 0$;

③ $\ddot{u}|_{t=0} = 0, \ddot{v}|_{t=0} = 0, \ddot{w}|_{t=0} = 0$;

④ $p(x, y, z)|_{t=0} = 0$ 。

4 算例分析

4.1 计算说明

以济南绕城高速公路南线工程为例, 现场为非自重性湿陷性黄土地基, 重度为 19.0 kN/m^3 , 夯锤重 98 kN , 落距为 10 m , 锤底面积为 3.9 m^2 。对强夯的第一击进行计算, 计算中考虑地基的反弹过程, 压缩模量取 6000 kPa , 回弹模量取 24000 kPa , 排水情况的泊松比 μ 取 0.40 , 不排水情况的泊松比 μ 取 0.45 , 垂直方向渗透系数为 5.64×10^{-12} , 水平方向渗透系数为 5.13×10^{-12} , Skempton 孔压系数为 0.73 , 时间步长 $\Delta t = 1 \text{ ms}$ 。有限元离散区域取垂直深度 $H_0 = 20.0 \text{ m}$, $B = 10.0 \text{ m}$ 。

4.2 计算结果及分析

图2为计算所得的夯坑形状曲线, 实测的单击最大夯沉量为 19.57 cm , 计算所得的最大夯沉量为 20.11 cm , 误差不到 3% 。图3为夯锤下部不同深

度土体的竖向位移时程曲线。由图 3 可见,随着深度的增加,位移峰值出现的时间依次滞后、竖向位移依次递减,这反映了应力波在土体中的传播特性。图 4 为夯锤中心下部不同深度土体的应力 $\sigma(z)$ 与表面接触应力 σ_c 的比值曲线;图 5 为地基接触表面上

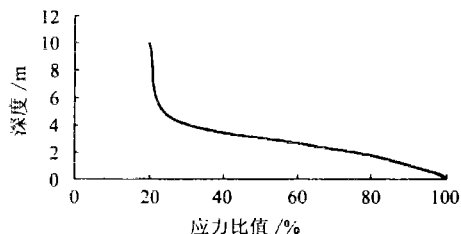


图 2 计算所得夯坑形状曲线

Fig.2 Pit shape of calculation

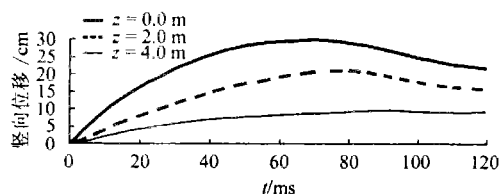


图 3 夯锤下部不同深度土体的竖向位移时程曲线

Fig.3 The time-travel curve of vertical displacement in different depths of rammer

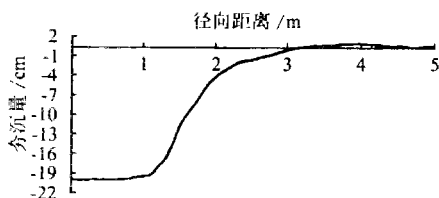


图 4 夯锤中心下部不同深度土体的应力比值曲线

Fig.4 The stress ratio curve in different depths of rammer

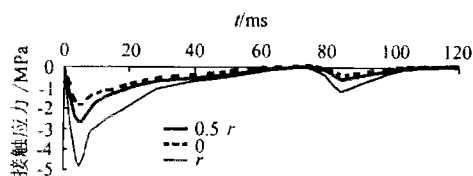


图 5 接触表面上不同分布点的接触应力时程曲线

Fig.5 The time-travel curve of interface stress on different surfaces

不同分布点(图例中 r 为夯锤半径)的接触应力时程曲线。由图 5 可见,接触应力的时程变化特征充分反映出强夯中地基土的压缩过程和回弹过程,在 $t = 65$ ms 时,地基土开始回弹,并且表面土层的竖向位移达到峰值(见图 3),图 5 还显示出:不同的接触点在应力峰值的大小上也不同。因此,采用本文的计算模型可同时求出接触动应力的时程关系和沿锤底分布。

5 结 语

在强夯问题的分析中,同时考虑流固动力耦合和接触耦合,在力学分析上将更为精细,在模型上更为符合强夯加固的实际特征。通过本文的计算分析,可以得到地基土位移及表面接触应力等在强夯作用时间内的变化规律,为精确模拟分析强夯加固机理提供了有效途径,但需要注意的是采用单位脉冲法计算接触应力只适合线弹性计算模型。

参 考 文 献

- [1] 杨峻, 吴世明. 非均质流固耦合介质轴对称动力问题域解[J]. 力学学报, 1996, 28 (3): 307-318.
- [2] 孔令伟. 流固耦合介质轴对称动力问题解法的改进[J]. 力学学报, 1998, 30 (2): 229-232.
- [3] 孟庆山, 雷学文. 饱和软粘土强夯的流、固耦合分析[J]. 武汉科技大学学报, 2000, 23 (4): 364-366.
- [4] 孔令伟, 袁建新. 强夯作用下成层地基的表面接触应力分布特征[J]. 力学学报, 1999, 31 (2): 250-256.
- [5] 童小东, 蒋永生, 龚维明等. 强夯法加固地基的三维有限元动力分析[J]. 建筑结构, 2000, 30 (5): 46-48.
- [6] 钱家欢, 殷宗泽. 土工原理与计算[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 1996, 250-256.

简 讯

《岩土力学》获《CAJ-CD 规范》执行优秀期刊奖

本刊在《中国学术期刊(光盘版)检索与评价数据规范》(国家新闻出版署 1999.1 颁布)执行评优活动中,主要规范数据达到标准要求,荣获首届《CAJ-CD 规范》执行优秀期刊奖。